www.konkur.in

کد کنترل

508

F

508F

آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری ــ سال ۱۴۰۲

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچهٔ شمارهٔ (۱)

صبح پنج‌شنبه
۱۴۰۱/۱۲/۱۱

مهندسی مکانیک ــ دینامیک، کنترل و ارتعاشات (کد ۲۳۲۳)

تعداد سؤال: ۴۵

زمان پاسخ‌گویی: ۱۳۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: ــ ریاضیات مهندسی ــ دینامیک پیشرفته ــ ارتعاشات پیشرفته ــ کنترل پیشرفته	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچهٔ سؤالات و پایین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی ـ دینامیک پیشرفته ـ ارتعاشات پیشرفته ـ کنترل پیشرفته):

۱- مسئلهٔ $\begin{cases} ۲y'' + y = ۰ \, , ۰ < x < \pi \\ y(۰) = ۱ \\ y(\pi) = a \end{cases}$ مفروض است. اگر $Y_s(n)$ تبدیل فوریهٔ سینوسی تابع $y(x)$ به ازای $n \in \mathbb{N}$ باشد و $Y_s(۳) = \frac{۱۰۸}{۱۷\pi}$، مقدار a کدام است؟

۱) ۴

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۱۰

۲- معادلهٔ $y'' + \lambda y = ۰ \; ; \; x \in (۰ \, , \pi)$ را به‌همراه شرایط کرانه‌ای $y(۰) = y(\pi)$ و $y'(۰) = y'(\pi)$ به‌ازای مقدار ویژهٔ حقیقی مقدار λ درنظر بگیرید. کدام مورد درست است؟

۱) هر دو تابع $\sin(nx)$ و $\cos(nx)$، توابع ویژهٔ متناظر با nامین مقدار ویژهٔ مثبت هستند.

۲) تنها برای مقدار ویژهٔ صفر، تابع ویژه ساده (یک تابع ویژه مستقل خطی) است.

۳) برخی توابع ویژهٔ (متمایز) مسئله، در بازهٔ $[۰ \, , \pi]$ بر یکدیگر عمود نیستند.

۴) کوچکترین مقدار ویژهٔ مثبت، $\lambda = ۱$ است.

۳- فرض کنید سری فوریهٔ تابع $f(x) = \begin{cases} -۴k & -۲ \le x \le ۱ \\ kx + ۵ & ۱ < x \le ۲ \end{cases}$ در $x = ۱$ به k همگرا باشد. مقدار k، کدام است؟

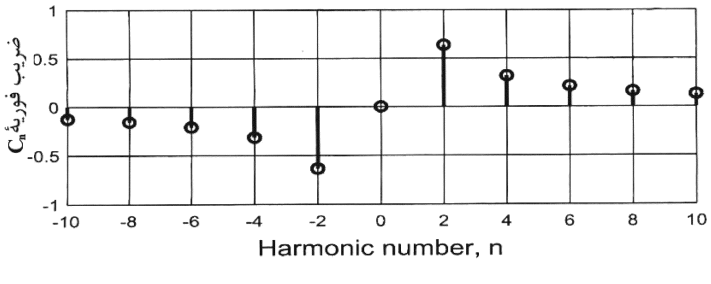
۱) صفر

۲) ۱

۳) $\frac{۵}{۴}$

۴) ۲

۴- تعدادی از ضرایب سری فوریهٔ مختلط تابع g در شکل زیر نشان داده شده است. روند مشاهده‌شده برای تابع در دو طرف، تا بی‌نهایت ادامه دارد. کدام مورد درست است؟



۱) g موهومی و فرد است.

۲) g موهومی و زوج است.

۳) g حقیقی و فرد است.

۴) g حقیقی و زوج است.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۵- فرض کنید در مسئلهٔ $g''(x)=\frac{\pi}{2}\int_0^\infty\int_0^\infty \sin(wt)\sin(wx)\,g(t)\,dtdw;\ g(0)=0\ ;\ g'(0)=1$، g تابعی حقیقی و فرد است. $g(1)$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{\pi}$

۲) $\frac{\pi}{2}\sin(\frac{2}{\pi})$

۳) $\frac{\pi}{2}\sinh(\frac{2}{\pi})$

۴) $\frac{2}{\pi}\sinh(\frac{\pi}{2})$

۶- مسئلهٔ $u_t(x,t)+u_x(x,t)+u(x,t)=0;\ u(0,t)=\sin(t);\ u(x,0)=0;\ x>0,t>0$ را درنظر بگیرید. مقدار $u(1,2)$ کدام است؟

۱) $\frac{\sin 1}{e^2}$

۲) $\frac{\sin 2}{e^2}$

۳) $\frac{\sin 1}{e}$

۴) $\frac{\sin 2}{e}$

۷- فرض کنید $u=u(x,t)$ جواب مسئلهٔ انتقال حرارت زیر باشد. مقدار $u(\frac{\pi}{2},\frac{1}{9})$، کدام است؟

$$\begin{cases} u_t=9u_{xx}\ ,\ 0<x<\pi\ ,\quad t>0 \\ u_x(0,t)=u_x(\pi,t)=0\ ;\ t\geq 0 \\ u(x,0)=\cos^2 x\ ;\ 0\leq x\leq\pi \end{cases}$$

۱) $\frac{1}{2}(1-e^{-9})$

۲) $\frac{1}{2}(1-e^{-4})$

۳) $\frac{1}{2}(1+e^{-9})$

۴) $\frac{1}{2}(1+e^{-4})$

۸- جواب مسئلهٔ لاپلاس زیر در مختصات قطبی کران‌دار است. $\frac{u(r,\theta)}{\sin\theta}$ کدام است؟

$$\begin{cases} u_{rr}+\frac{1}{r}u_r+\frac{1}{r^2}u_{\theta\theta}=0;0<r<1,-\pi<\theta\leq\pi, \\ u(1,\theta)=(2+\cos\theta)\sin\theta;-\pi<\theta\leq\pi, \end{cases}$$

۱) $2+\frac{1}{2}r^2\cos\theta$

۲) $2r+\frac{1}{2}r\cos\theta$

۳) $2r+r^2\cos\theta$

۴) $2\cos(\ln r)+\frac{1}{2}\cos(2\ln r)\cos\theta$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۹- مسئلهٔ الکترواستاتیک $r^2u_{rr}+ru_r+u_{\theta\theta}=0$ در ناحیهٔ $0.5<r<2$ و $|\theta|<\frac{\pi}{2}$ با شرایط مرزی $u_\theta\left(r,\pm\frac{\pi}{2}\right)=0$، $u(2,\theta)=\pi$ و $u(0.5,\theta)=-\pi$ را در نظر بگیرید. مقدار $u\left(\frac{3}{2},\frac{\pi}{3}\right)-u\left(\frac{2}{3},\frac{\pi}{6}\right)$، کدام است؟

۱) $2\pi\ln\left(\frac{9}{4}\right)-\pi$

۲) $2\pi\log_4\left(\frac{9}{4}\right)$

۳) $2\pi\log_4(9)$

۴) $2\pi\log_4(9)+\pi$

۱۰- فرض کنید تابع لگاریتم با شاخهٔ اصلی یعنی $-\pi<\text{Argz}\le\pi$، تعریف شده باشد. مقدار $\ln\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}\right)^2$، کدام است؟

۱) $\frac{4\pi}{3}i$

۲) $\frac{2\pi}{3}i$

۳) $-\frac{2\pi}{3}i$

۴) $-\frac{4\pi}{3}i$

۱۱- فرض کنید $\frac{1}{z^2\sinh(z)}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_nz^n$. مقدار $\sum_{n=-3}^{1}|a_n|$ در ناحیهٔ همگرایی سری کدام است؟

۱) $\frac{427}{360}$

۲) $\frac{413}{360}$

۳) $\frac{307}{360}$

۴) $\frac{293}{360}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۱۲- فرض کنید $f(z)=\sin(x)\cosh(ay)+iv(x,y)$ تحلیلی باشد. مقدار $\int_C f(z)dz$ که در آن C پاره‌خط جهت‌دار از مبدأ مختصات به نقطهٔ $(\frac{\pi}{۲},\frac{\pi}{۲})$ می‌باشد، کدام است؟ $(z=x+iy)$

۱) $۱+i\sinh\frac{\pi}{۲}$

۲) $i+\sinh\frac{\pi}{۲}$

۳) $i-\sinh\frac{\pi}{۲}$

۴) $۱-i\sinh\frac{\pi}{۲}$

۱۳- مقدار $\frac{۱}{۲\pi i}\oint_{|z|=۱}\frac{e^{(z+\frac{۱}{z})}}{z}dz$ کدام است؟

۱) $\sum_{k=۰}^{\infty}\frac{۱}{k!(k+۱)!}$

۲) $\sum_{k=۰}^{\infty}\frac{k!}{(۲k)!}$

۳) $\sum_{k=۰}^{\infty}\frac{۱}{k!(۲k)!}$

۴) $\sum_{k=۰}^{\infty}\frac{۱}{(k!)^{۲}}$

۱۴- مقدار $\int_{۰}^{\pi}\sin(e^{۲i\theta})\sin^{۲}(\theta)\,d\theta$، کدام است؟ $(i=\sqrt{-۱})$

۱) $-\frac{\pi}{۴}$

۲) صفر

۳) $\frac{\pi}{۴}$

۴) $\frac{\pi}{۲}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۱۵- مقدار $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \cos x}{x^4 + 5x^2 + 4} dx$ کدام است؟

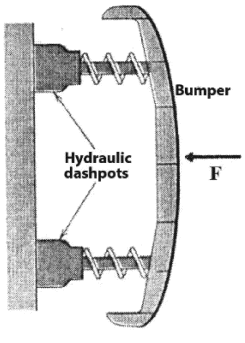
۱) $\frac{\pi}{2}(e^{-2} - 2e^{-1})$

۲) $\frac{\pi}{3}(e^{-2} - 2e^{-1})$

۳) $\frac{\pi}{2}(2e^{-2} - e^{-1})$

۴) $\frac{\pi}{3}(2e^{-2} - e^{-1})$

۱۶- در مکانیسم ضربه‌گیری سپر یک اتومبیل دو فنر و دو کمک‌فنر به‌کار رفته است. سختی هر فنر ۳ کیلونیوتن بر متر و جرم سپر ۴۰ کیلوگرم است. ثابت میرایی هر کمک‌فنر چند نیوتن‌ثانیه بر متر باشد، تا اگر ضربه F به فنر وارد شد، سپر در کوتاه‌ترین زمان ممکن بدون نوسانات بعدی فشرده شود؟



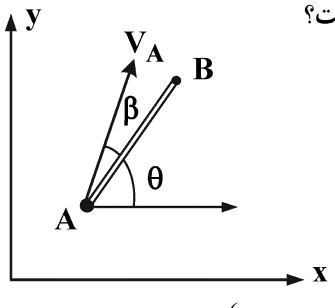
۱) ۸۷/۲۵

۲) ۴۸۹/۹

۳) ۵۷۸/۳

۴) ۱۳۸۲/۷

۱۷- میله AB در صفحه افقی xy به گونه‌ای حرکت می‌کند که سرعت نقطه A همواره با امتداد میله، زاویه ثابت β می‌سازد. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد نوع سیستم و معادله قید درست است؟



۱) سیستم هولونومیک است و $x_A \sin(\theta+\beta) - y_A \cos(\theta+\beta) = 0$

۲) سیستم هولونومیک است و $(x_B - x_A)\sin(\theta+\beta) + (y_B - y_A)\cos(\theta+\beta) = 0$

۳) سیستم غیرهولونومیک است و $\dot{x}_A \sin(\theta+\beta) - \dot{y}_A \cos(\theta+\beta) = 0$

۴) سیستم غیرهولونومیک است و $(\dot{x}_B - \dot{x}_A)\sin(\theta+\beta) + (\dot{y}_B - \dot{y}_A)\cos(\theta+\beta) = 0$

۱۸- یک سیستم دینامیکی دو درجه آزادی دارای قیدی به فرم زیر است. می‌دانیم با لحاظ کردن فاکتور انتگرال $g(q_1, q_2) = q_1$ این قید به یک قید هولونوم تبدیل می‌شود. در این صورت مقدار a چقدر است؟

$$(aq_1 \sin q_2 + \frac{q_2^2}{q_1} + 2)\,dq_1 + (q_1^2 \cos q_2 + 2q_2)dq_2 = 0$$

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

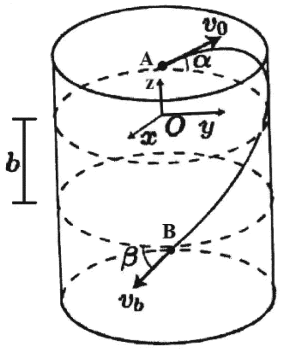
۴) ۴

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۱۹- ذره‌ای روی سطح صاف دیواره داخلی یک مخزن استوانه‌ای با سرعت اولیه v_0 و زاویه α نسبت‌به خط مماس افقی در نقطه A رها می‌شود. زاویه بردار سرعت v_b با مماس افقی در لحظه رسیدن ذره به نقطه B، کدام است؟

$(z_B = -b, z_A = 0)$



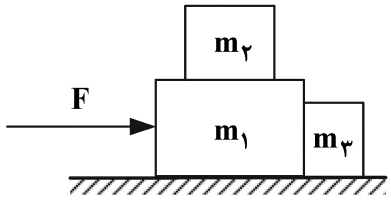
۱) $\cos^{-1}\left(\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1+\frac{2gb}{v_0^2}}}\right)$

۲) $\sin^{-1}\left(\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1+\frac{2gb}{v_0^2}}}\right)$

۳) $\sin^{-1}\left(\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1+\frac{2gb}{v_0^2}}}\right)$

۴) $\cos^{-1}\left(\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1+\frac{2gb}{v_0^2}}}\right)$

۲۰- سه بلوک مطابق شکل زیر قرارگرفته‌اند و نیروی F به جرم m_1 وارد می‌شود. چنانچه ضریب اصطکاک بین هر دو سطح μ باشد، حداکثر نیرویی را که می‌توان به جرم m_1 وارد کرد بدون آن‌که جرم m_2 بر m_1 بلغزد چقدر است؟ برای این نیروی محاسبه شده، نیروی تماسی بین بلوک‌های m_1 و m_3 چقدر است؟



۱) $F_{max} = 2\mu g(m_1+m_2+m_3)$ و $F_{cont} = 2\mu g m_3$

۲) $F_{max} = \mu g(m_1+m_2+m_3)$ و $F_{cont} = \mu g m_3$

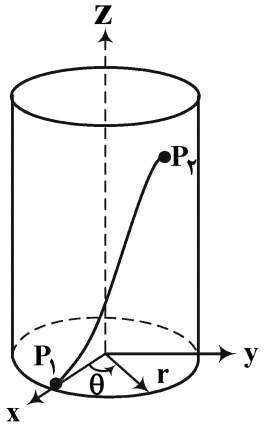
۳) $F_{max} = 2\mu g(m_1+m_3) - \mu g m_2$ و $F_{cont} = \mu g(m_3 - m_2)$

۴) $F_{max} = \mu g(m_1+m_3) - \mu g m_2$ و $F_{cont} = \mu g(m_1 - m_3)$

۲۱- در مورد مسئله غلتش بدون لغزش یک کرهٔ صلب بر روی سطح یک میز صلب، در حالت کلی به‌ترتیب چند درجهٔ آزادی است و توصیف حرکت آن حداقل چند مختصات لازم دارد؟

۱) ۳ ـ ۵
۲) ۲ ـ ۲
۳) ۲ ـ ۳
۴) ۳ ـ ۴

۲۲- کوتاه‌ترین فاصله بین نقاط P_1 و P_2 روی یک استوانه کدام است؟



$$P_1: \begin{vmatrix}\theta = 0\\ z = 0\end{vmatrix} \qquad P_2: \begin{vmatrix}\theta = \theta_2\\ z = z_2\end{vmatrix}$$

۱) $r\theta = \left(\frac{r\theta_2}{z_2}\right)z$

۲) $r\theta = (r\theta_2)z + z_2$

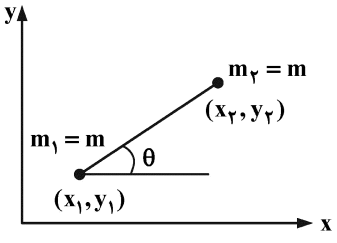
۳) $r\theta = (r\theta_2)z + \theta_2$

۴) $r\theta = \left(\frac{r\theta_2}{z_2}\right)z + \sqrt{r\theta_2}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۲۳- به میلهٔ صلب و بدون جرمی در صفحهٔ xy سرعت زاویه‌ای ثابتی $(\dot{\theta} = \omega)$ به صورت جبری تحمیل شده و دو جرم ذره‌ای در دوسر آن قرار دارد. در توصیف حرکت این سیستم به کمک مختصات تعمیم‌یافتهٔ x_1، x_2، y_1 و y_2 کدام مورد درست است؟



۱) سیستم دارای یک قید هولونومیک است.
۲) سیستم دارای دو قید هولونومیک است.
۳) سیستم دارای یک قید غیرهولونومیک است.
۴) سیستم دارای یک قید هولونومیک و یک غیرهولونومیک است.

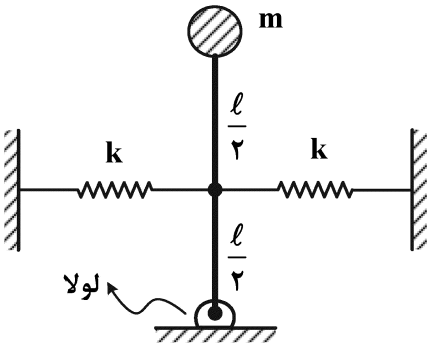
۲۴- خودرویی در حال حرکت بر روی جاده مسطحی است. در حین گردش خودرو به سمت راست، با در نظر گرفتن اثر ژیروسکوپی چرخ‌ها، کدام مورد درخصوص نیروی عکس‌العمل عمودی سطح جاده در زیر چرخ‌ها درست است؟

۱) در هر دو چرخ عقب زیاد می‌شود.
۲) در هر دو چرخ عقب کم می‌شود.
۳) در چرخ‌های سمت چپ کم می‌شود.
۴) در چرخ‌های سمت راست کم می‌شود.

۲۵- به ورق نازک دایره‌ای متقارنی اسپین $180 \frac{rev}{min}$ حول محور تقارن آن داده شده و به هوا پرتاب می‌شود. زاویهٔ محور تقارن با محور حرکت تقدیمی بسیار کوچک مشاهده می‌شود. فرکانس حرکت تقدیمی تقریباً چند هرتز است؟

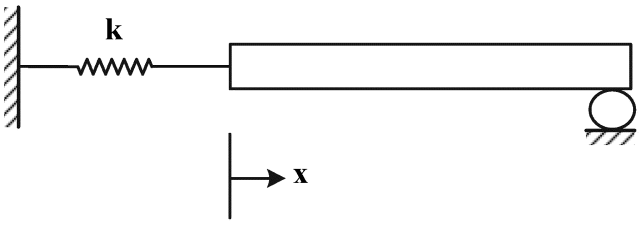
۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۲۶- در شکل زیر، جرم m به یک میله بدون وزن متصل بوده و توسط دو فنر با سختی یکسان k نگه داشته شده است. در نقطه تعادل نشان داده شده فنرها بدون تغییر طول هستند. چنانچه میله و جرم حول نقطه تعادل نشان‌داده‌شده به میزان بسیار کم ارتعاش نماید، در چه صورت سامانه ناپایدار می‌شود؟



۱) $k < \frac{mg}{\ell}$
۲) $k < \frac{2mg}{\ell}$
۳) $k > \frac{2mg}{\ell}$
۴) این سامانه همیشه پایدار بوده و به دلیل نبود میرایی تا ابد حول نقطه تعادل ارتعاش می‌نماید.

۲۷- ارتعاشات طولی یک میله مطابق شکل مدنظر است. شرط مرزی انتهای سمت چپ میله کدام است؟
(u: تابع جابه‌جایی تیر در راستای x است.)

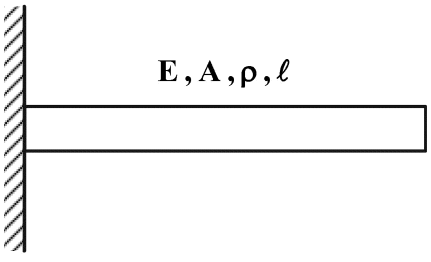


۱) $\left(AE\frac{\partial u}{\partial x}\right)\Big|_{x=0} = k\,u(0,t)$
۲) $EI\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\Big|_{x=0} = k\,u(0,t)$
۳) $EI\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\Big|_{x=0} = k\frac{\partial u}{\partial x}(0,t)$
۴) $\left(AE\frac{\partial u}{\partial x}\right)\Big|_{x=0} = k\frac{\partial u}{\partial x}(0,t)$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۲۸- میلهٔ شکل زیر با مدول الاستیسیتهٔ E ، طول ℓ، سطح مقطع A و جرم حجمی ρ، یک سر آزاد و یک سر درگیر است. فرکانس طبیعی nام کدام است؟



۱) $\frac{n\pi}{۲\ell}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$

۲) $\frac{n\pi}{\ell}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$

۳) $\frac{(۲n-۱)\pi}{۲\ell}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$

۴) $\frac{(۲n-۱)\pi}{\ell}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$

۲۹- چنانچه قطر یک تار ارتعاشی را بدون تغییر در نیروی کشش و بدون تغییر در مادهٔ سازندهٔ آن ۲ برابر کنیم، فرکانس‌های طبیعی آن چند برابر می‌شود؟

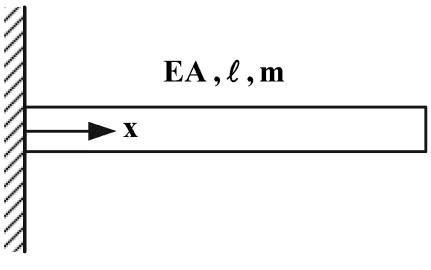
۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۲

۴) ۴

۳۰- کدام‌یک از موارد زیر، معادله فرکانسی ارتعاشات طولی میله یکنواخت نشان‌داده‌شده در شکل است؟



$(\beta^۲ = \omega^۲ \frac{m}{EA})$

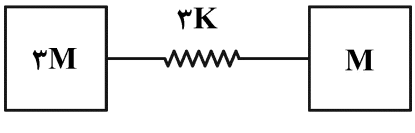
۱) $\begin{vmatrix} \beta & ۱ \\ \beta\sin\beta\ell & ۱ \end{vmatrix} = ۰$

۲) $\begin{vmatrix} \beta & ۱ \\ \beta\cos\beta\ell & ۱ \end{vmatrix} = ۰$

۳) $\begin{vmatrix} ۰ & ۱ \\ \beta\sin\beta\ell & -\beta\cos\beta\ell \end{vmatrix} = ۰$

۴) $\begin{vmatrix} ۰ & ۱ \\ \beta\cos\beta\ell & -\beta\sin\beta\ell \end{vmatrix} = ۰$

۳۱- سیستم ارتعاشی مطابق شکل مفروض است. فرکانس‌های طبیعی سیستم کدام‌اند؟



۱) صفر و $\sqrt{\frac{K}{M}}$

۲) صفر و $\sqrt{\frac{۳K}{M}}$

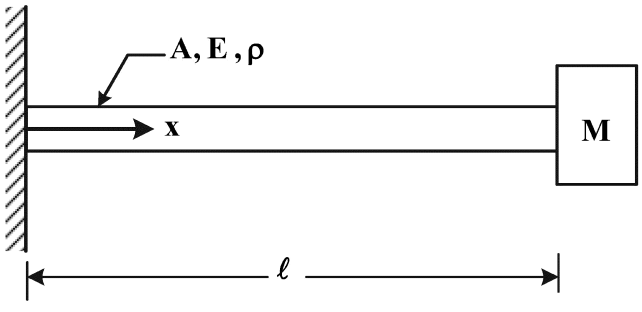
۳) صفر و $۲\sqrt{\frac{K}{M}}$

۴) $۲\sqrt{\frac{K}{M}}$ و $\sqrt{\frac{K}{M}}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۳۲- اگر $U_i(x)$ و $U_j(x)$ مودهای ارتعاشی iام و jام $(i \neq j)$ برای ارتعاشات طولی یک میله به طول ℓ با ابتدای گیردار و انتهای متصل به جرم متمرکز M باشند، ضرب داخلی مودهای ارتعاشی یعنی $\int_0^{\ell} U_i(x)\,U_j(x)\,dx$ با کدام گزینه است؟



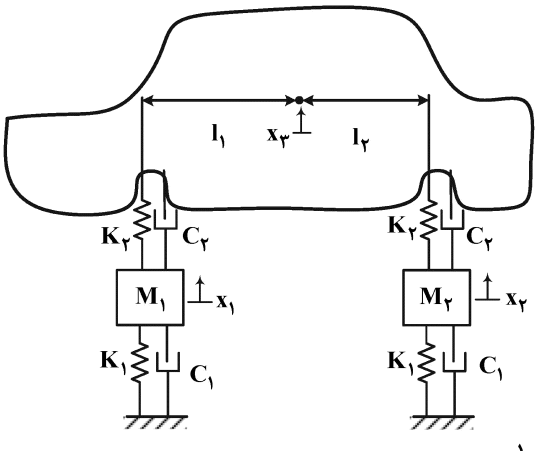
۱) صفر

۲) $\frac{M}{\rho A}U_i(\ell)U_j(\ell)$

۳) $\frac{-M}{\rho A}U_i(0)U_j(0)$

۴) $\frac{-M}{\rho A}U_i(\ell)U_j(\ell)$

۳۳- در شکل CM مرکز جرم قسمت معلق یک خودرو را نشان می‌دهد. جرم‌های متمرکز و ضرایب سختی و میرایی در مدل سیستم تعلیق نشان‌داده‌شده است. عبارت انرژی پتانسیل برای کل این سیستم کدام است؟ (زاویه دوران θ و از جاذبه زمین صرف‌نظر شود.)



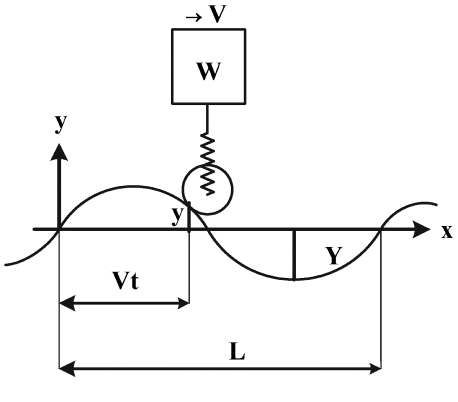
۱) $V=\frac{1}{2}k_1(x_1^2+x_2^2)+\frac{1}{2}k_2(\ell_1\theta)^2+\frac{1}{2}k_2(\ell_2\theta)^2$

۲) $V=\frac{1}{2}k_1(x_1^2+x_2^2)+\frac{1}{2}k_2(x_1+\ell_1\theta)^2+\frac{1}{2}k_2(x_2-\ell_2\theta)^2$

۳) $V=\frac{1}{2}k_1(x_1^2+x_2^2)+\frac{1}{2}k_2(x_3-x_1-\ell_1\theta)^2+\frac{1}{2}k_2(x_3-x_2+\ell_2\theta)^2$

۴) $V=\frac{1}{2}k_1(x_1^2+x_2^2)+\frac{1}{2}k_2(x_3+x_1-\ell_1\theta)^2+\frac{1}{2}k_2(x_3+x_2+\ell_2\theta)^2$

۳۴- سیستم فنربندی خودرو به‌صورت زیر را در نظر بگیرید. مقدار سرعت بحرانی V_{cr} کدام است؟ (ناهمواری جاده تابع سینوسی فرض شود.)



۱) $\frac{L\omega_n}{2\pi}$

۲) $\frac{L\omega_n}{3\pi}$

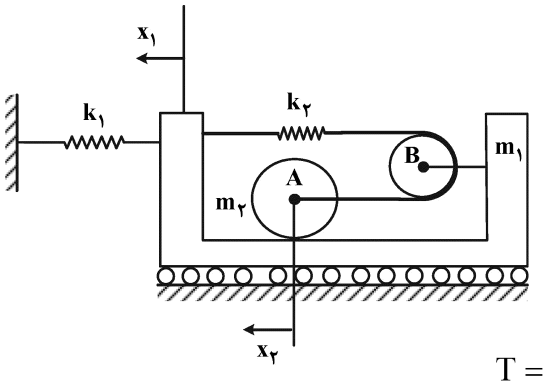
۳) $\frac{L\omega_n}{4\pi}$

۴) $\frac{L\omega_n}{5\pi}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۳۵- غلتک A به جرم m_2، شعاع R و $I_A = \frac{1}{2}m_2R^2$ روی ارابه‌ای به جرم m_1 غلتش ناب دارد. مرکز غلتک m_2 از طریق نخ بدون جرم و غلتک بدون جرم B به فنر k_2 متصل شده است. مرکز غلتک بدون جرم به ارابه متصل است. اگر جابه‌جایی‌های مطلق m_1 و m_2 به‌ترتیب x_1 و x_2 باشند، انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم کدام است؟



۱) $T = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 , V = \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2(x_1 + x_2)^2$

۲) $T = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 + \frac{1}{4}m_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 , V = \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2(x_1 + x_2)^2$

۳) $T = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 + \frac{1}{4}m_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 , V = \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2(x_2 - x_1)^2$

۴) $T = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 + \frac{1}{4}m_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 , V = \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2(x_2 - x_1)^2$

۳۶- تبدیل z تابع f(t) به‌صورت زیر است. تابع زمانی نمونه‌برداری‌شده معادل آن f(KT) کدام است؟

$$F(z) = \frac{0/5\,z}{(z-0/5)(z-0/7)}$$

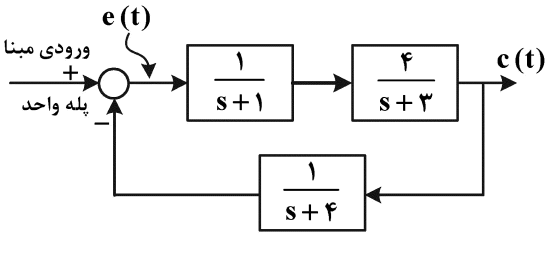
۱) $f(KT) = (0/5)^{K+1} + (0/7)^K$

۲) $f(KT) = -(0/5)^K + 0/5\,(0/7)^K$

۳) $f(KT) = -2/5\,(0/5)^K + 2/5\,(0/7)^K$

۴) $f(KT) = -0/7\,(0/5)^{K+1} + 0/5\,(0/7)^{K+1}$

۳۷- در سیستم شکل زیر به ازای ورودی مبنای پله‌ای واحد، مقدار نهائی رفتار c(t) و خطای حالت ماندگار سیستم e_{ss} کدام است؟



۱) $e_{ss} = 0/25 \quad c_{ss} = 0/75$

۲) $e_{ss} = 0/75 \quad c_{ss} = 0/25$

۳) $e_{ss} = 0 \quad c_{ss} = 1$

۴) $e_{ss} = 0/75 \quad c_{ss} = 1$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۳۸- سیستم دینامیکی زیر را درنظر بگیرید. یک کنترل پس‌خوراند کامل حالت را به‌صورت $\underline{u} = -K\underline{x}$ چنان طراحی کنید که قطب‌های سیستم مداربسته در نقاط ۲- و ۲- و ۵- و ۵- قرار گیرند؟

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + Bu$$

$$A = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \\ -۳۶ & -۲۵ & -۹ & -۶ \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

۱) $K = [۶۴ \quad ۱۱۵ \quad ۶۰ \quad ۸]$

۲) $K = [۸ \quad ۶۰ \quad ۱۱۵ \quad ۶۴]$

۳) $K = [۶۰ \quad ۸ \quad ۱۱۵ \quad ۶۴]$

۴) $K = [۱۱۵ \quad ۶۴ \quad ۸ \quad ۶۰]$

۳۹- برای سیستم با معادلات حالت داده شده به شکل زیر، کدام‌یک از روابط داده شده برای ماتریس A درست است؟

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + \underline{b}u$$

$$A = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۳ & -۲ \end{bmatrix}$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

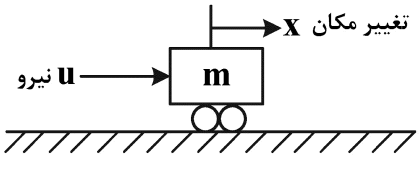
۱) $A^۳ = A + I$

۲) $A^۳ = -A - I$

۳) $A^۴ = A$

۴) $A^۲ = -۲A + ۳I$

۴۰- در سیستم زیر، جرم $m = ۱kg$ تحت‌تأثیر نیروی u قرار دارد و روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت می‌کند. خروجی این سیستم را همان تغییر مکان جرم m در نظر بگیرید، $y = x$ برای این سیستم یک کنترل فیدبک بردار حالت رسته ۲ طراحی کنید (به‌صورت $u = -K_۱x - K_۲\dot{x}$) که باعث شود خروجی سیستم یعنی y دارای دو مود رفتاری $e^{-۲t}$ و $e^{-۳t}$ باشد. مقدار بهره‌های $K_۱$ و $K_۲$ کدام‌اند؟



۱) $K_۱ = ۱$ و $K_۲ = ۲$

۲) $K_۱ = ۳$ و $K_۲ = ۲$

۳) $K_۱ = ۴$ و $K_۲ = ۳$

۴) $K_۱ = ۶$ و $K_۲ = ۵$

۴۱- سیستم توصیف شده با معادلات حالت‌داده‌شده را درنظر بگیرید. برای ورودی پله واحد، مقدار نهایی خروجی سیستم $(y_{ss} = \lim_{t\to\infty} y(t))$ کدام است؟

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} ۳ & ۴ \\ -۴ & -۵ \end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}u$$

$$y = [۱ \quad ۱]\underline{x}$$

$$u = \text{unit step}$$

۱) ۴

۲) ۳

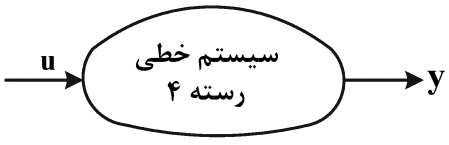
۳) ۲

۴) ۱

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۴۲- یک سیستم خطی زمان پیوسته رسته ۴ با یک ورودی و یک خروجی را درنظر بگیرید. فرض کنید تابع تبدیل بین ورودی u و خروجی y از رسته ۳ است. کدام‌یک از پاسخ‌های زیر در مورد کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری آن درست است؟



توجه: معادلات حالت خطی رسته ۴

۱) کمتر بودن رسته تابع تبدیل از رسته معادلات حالت یعنی سیستم کنترل‌پذیر نیست.

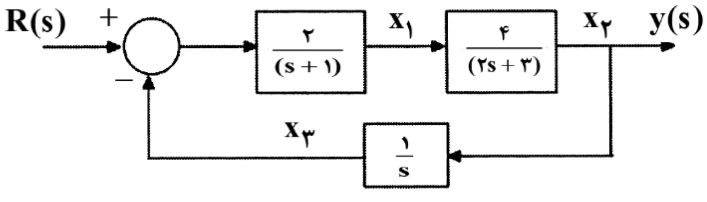
۲) ممکن است کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر نباشد.

۳) قطعاً کنترل‌پذیر است ولی مشاهده‌پذیر نیست.

۴) ممکن است کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر باشد.

۴۳- اگر x_1 و x_2 و x_3 متغیرهای حالت سیستم و y خروجی سیستم نشان‌داده‌شده در شکل باشد، نمایش سیستم در فضای حالت کدام است؟

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$



۱) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۲) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 2 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

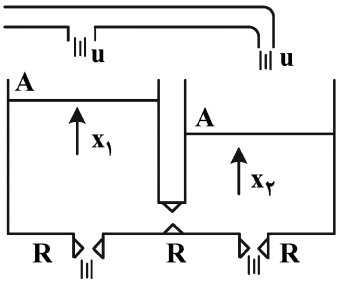
۳) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 2 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

۴) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -4 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۴۴- در سیستم خطی شکل زیر، دو مخزن سیال با سطح مقطع‌های برابر A و مقاومت‌های شیرهای خروجی و شیر بین دو مخزن همه برابر R مفروض است. ورودی کنترلی u به‌طور مساوی به هر دو مخزن وارد می‌شود. خروجی این سیستم ارتفاع سیال در مخزن سمت چپ یعنی $y = x_1$ است. در مورد کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری این سیستم، کدام پاسخ درست است؟ (فرض کنید $A = 1$ و $R = 1$)



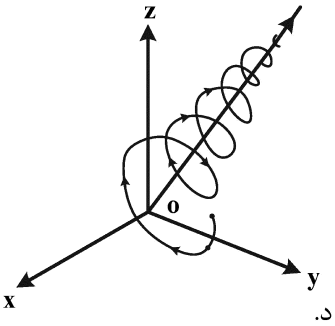
۱) کنترل‌پذیر نیست ولی مشاهده‌پذیر است.

۲) کنترل‌پذیر است ولی مشاهده‌پذیر نیست.

۳) کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر است.

۴) کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر نیست.

۴۵- شکل زیر مسیر حرکت (trajectory) یک سیستم خطی رسته ۳ را در فضای حالت سه بعدی نشان می‌دهد. معادله حالت به‌صورت $\dot{X} = AX$ است که در آن $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$. کدام گزینه در مورد ماتریس A درست است؟



۱) قسمت حقیقی همه مقادیر ویژه A، مثبت هستند.

۲) قسمت حقیقی همه مقادیر ویژه A، منفی هستند.

۳) یک مقدار ویژه حقیقی منفی و دو مقدار ویژه مختلط با قسمت حقیقی مثبت دارد.

۴) یک مقدار ویژه حقیقی مثبت و دو مقدار ویژه مختلط با قسمت حقیقی منفی دارد.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

Telegram: @uni_k